

Számítástudomány gyakorlat

Péntek 08:30-10:00, LD 4-713

3. feladatsor

1.* Mutassuk meg, hogy egy k szalagos Turing-gép szimulálható egy 2 szalagossal úgy, hogyha az eredeti n lépést tett egy adott inputra, akkor a kétszalagos legfeljebb $O(n \log n)$ -et tegyen.

Definíció: (RAM-gép: megengedett programsorok, input) Az alábbiakban $i, j, k, c \in \mathbb{Z}$:

$$x_i \leftarrow c$$

$$x_i \leftarrow x_j + c$$

$$x_i \leftarrow x_j \pm x_k + c$$

$$x_i \leftarrow x_{x_j}$$

$$x_{x_i} \leftarrow x_j$$

$$\text{IF } x_i \leq 0 \text{ THEN GOTO } k \quad (k\text{-adik programsor})$$

A RAM-gép adattára kezdetben 0-kkal van feltöltve, az input hossza az x_0 mezőbe, maga az input pedig az $x_1, \dots, x_{x_0}$ mezőkbe van írva. A RAM-gép futása akkor áll le, amikor teljesen üres programsorhoz ér. Ha egy egész szám az output azt beírhatjuk pl. x_1 -be, de az output definíciója feladatonként eltérhet.

2. Az előadáson az első utasításban $c \in \{0, 1\}$ volt megengedve, a másodikban $c \in \{-1, 1\}$ ha $i = j$ egyébként $c = 0$, a harmadikban $j = i$ és $c = 0$. Mutasd meg, hogy a fenti megengedőbb definíció legfeljebb konstans gyorsítást eredményez a RAM gép működésében.

3. Írjunk olyan programot a RAM-gépre, mely adott x_i bemenetre széthúzza azt, azaz x_{2i} -be rakja x_i -t (opcionális: a szépség kedvéért megállás előtt a páratlan indexű rekeszeket pedig nullázhatja).

4. Írjunk olyan programot a RAM-gépre, mely adott a pozitív egész számra

a)^{GY} meghatározza azt a legnagyobb m számot, melyre $2^m \leq a$;

b) kiszámítja a kettes számrendszerbeli alakját (az a szám i . bitjét írja az x_i rekeszbe);

c) adott a és b pozitív egész számokra kiszámítja a szorzatukat.

Ha a és b számjegyeinek száma k , akkor a program $O(k)$ lépést tegyen $O(k)$ jegyű számokkal.

5. a) Mutasd meg, hogy van univerzális RAM-program, azaz olyan u program, amire minden p programnak van egy kódja, hogy a kódot írva az első pár negatív regiszterbe, u pontosan ugyanazt adja ki bármely inputra, mint p .

b)* Mutasd meg, hogy olyan is van, ami összesen korlátos sok regisztert használ (az inputon és az outputon kívül) az egész futása alatt (p -től függetlenül és beleértve p kódját is).

6. Legyen $p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom. Adjunk meg egy RAM-gépet, ami a $x_i = a_i$ inputra kiszámítja $p^2(x)$ együtthatóit.

7. Adott egy egész együtthatós, egy változós $p(x)$ polinom. Döntsük el, hogy van-e a $p = 0$ egyenletnek egész megoldása.

A kurzus honlapján (https://gilyen.hu/teaching/Szamtud_2026.html) elérhetőek a (javított) feladatsorok és az órával kapcsolatos egyéb tudnivalók. Csillagos feladatokat csak akkor beszélünk meg ha valaki megoldotta, és elmondja a táblánál. A ^{GY} jezésű feladatokat érdemes egyénileg megoldani, jó otthoni gyakorlásként a zh-ra.