

Számítástudomány gyakorlat

Péntek 08:30-10:00, LD 4-713

2. feladatsor

1. Pumpálás lemma: $\forall L$ reguláris $\exists n \forall z \in L, |z| \geq n \exists u, v \neq \emptyset, w : z = uvw$ és $|uv| \leq n$ és $\forall i \ uv^i w \in L$.

2. Döntsük el, hogy az alábbi nyelvek regulárisak-e!

- a) prímszámok unáris (egyese) számrendszerben.
- b) négyzetszámok unáris (egyese) számrendszerben.
- c) négyzetszámok kettes számrendszerben.
- d)* prímszámok kettes számrendszerben.

Definíció: (Turing-gép) Egy $T = (k, \Sigma, \Gamma, \alpha, \beta, \gamma)$ Turing-gépnek $k \in \mathbb{N}$ db szalagja van, a Σ véges ábécé felett van értelmezve és a Γ véges állapothalmazzal rendelkezik, amely tartalmazza a *START* és a *STOP* állapotokat ($START \neq STOP$).

α, β, γ : T átmenetfüggvényei az alábbiak szerint:

$$\alpha : \Sigma^k \times \Gamma \rightarrow \Gamma$$

$$\beta : \Sigma^k \times \Gamma \rightarrow \Sigma^k$$

$$\gamma : \Sigma^k \times \Gamma \rightarrow \{-1, 0, 1\}^k$$

T inputja az első szalagra írt véges hosszú szó, amely pont az első fej alatt kezdődik, elindulásakor a *START* állapotban van, az output pedig az utolsó szalag tartalma akkor, amikor *STOP* állapotba kerül a gép, ekkor leáll (de az is lehet, hogy sose lép *STOP*-ba és végtelen sokáig fut).

3. Készíts olyan Turing-gépet, ami a bemenetként kapott $x_1x_2 \dots x_m$ sorozatot megkétszerezi

- a) így: $(x_1x_2 \dots x_mx_1x_2 \dots x_m)$,
- b) vagy így: $(x_1x_1x_2x_2 \dots x_mx_m)$.

4. Konstruáljunk olyan Turing-gépet, ami

- a) az n hosszú, csupa 1-esből álló bemenetre n kettes számrendszerbeli alakját adja vissza,
- b) ha a bemenet egy n szám bináris alakja, akkor n darab 1-et ír ki (különben azt, hogy „hibás bemenet”).

5. Tegyük fel, hogy van két Turing-gépünk, melyek az f illetve g függvényt számolják ki. Konstruáljunk olyan Turing-gépet, mely az $f \circ g$ függvényt számolja ki.

6. Tegyük fel, hogy kapunk egy olyan egyszalagos T Turing-gépet, aminek olvasó feje a *STOP* kivételével minden belső állapot esetén jobbra lép, és az írandó betű mindig ugyanaz, mint az olvasott betű, azaz soha nem írunk semmit. Legyen L_T azon szavak nyelve, amikre leáll T . Mutasd meg, hogy L_T reguláris.

7. a) Konstruáljunk olyan egyszalagos Turing-gépet, mely az $a^n b^n$ alakú szavakra $O(n \log n)$ lépésben leáll, más szavakra végtelen sokáig fut.

b)* Mutassuk meg, hogy ez egyszalagos gépen $o(n \log n)$ lépésben nem lehetséges.

8.^{GY} Adj meg egy Turing-gépet, ami az unárisan leírt k számra kiírja unárisan az $F_k = F_{k-1} + F_{k-2}$ Fibonacci számot, ahol $F_0 = 0$ és $F_1 = 1$. (Elegendő a működési elvet leírni, nem kell a gép teljes leírását megadni.)

A kurzus honlapján (https://gilyen.hu/teaching/Szamtud_2026.html) elérhetőek a (javított) feladatsorok és az órával kapcsolatos egyéb tudnivalók. Csillagos feladatokat csak akkor beszélünk meg ha valaki megoldotta, és elmondja a táblánál. A ^{GY} jézésű feladatokat érdemes egyénileg megoldani, jó otthoni gyakorlásként a zh-ra.