

Számítástudomány gyakorlat

Kedd 08:30-10:00, LD 3-715

2. feladatsor

1. Pumpálás lemma: $\forall L$ reguláris $\exists n \forall z \in L, |z| \geq n \exists u, v \neq \emptyset, w : z = uvw$ és $|uv| \leq n$ és $\forall i uv^i w \in L$.
2. Döntsük el, hogy az alábbi nyelvek regulárisak-e!
 - a) prímszámok unáris (egyes) számrendszerben.
 - b) négyzetszámok unáris (egyes) számrendszerben.
 - c) négyzetszámok kettes számrendszerben.
 - d)* prímszámok kettes számrendszerben.
3. a) Van-e olyan $S \subset \mathbb{N}$, ami kettes számrendszerben reguláris, de egyesben nem?
 - b) És fordítva?
 - c)** És olyan, ami kettesben és hármasban is reguláris, de egyesben nem?

Definíció: (Turing-gép) Egy $T = (k, \Sigma, \Gamma, \alpha, \beta, \gamma)$ Turing-gépnek $k \in \mathbb{N}$ db szalagja van, a Σ véges ábécé felett van értelmezve és a Γ véges állapothalmazzal rendelkezik, amely tartalmazza a *START* és a *STOP* állapotokat ($START \neq STOP$).

α, β, γ : T átmenetfüggvényei az alábbiak szerint:

$$\alpha : \Sigma^k \times \Gamma \rightarrow \Gamma$$

$$\beta : \Sigma^k \times \Gamma \rightarrow \Sigma^k$$

$$\gamma : \Sigma^k \times \Gamma \rightarrow \{-1, 0, 1\}^k$$

T elinduláskor a *START* állapotban van, *STOP* állapotban pedig a következők teljesülnek:

$\forall b \in \Sigma^k$ esetén $\alpha(b, STOP) = STOP, \beta(b, STOP) = b, \gamma(STOP, b) = (0, \dots, 0)$.

T inputja az első szalagra írt véges hosszú szó, amely pont az első fej alatt kezdődik, az output pedig az utolsó szalag tartalma akkor, amikor *STOP* állapotba kerül a gép.

4. Készíts olyan Turing-gépet, ami a bemenetként kapott $x_1 x_2 \dots x_m$ sorozatot
 - a) megkétszerezi $(x_1 x_2 \dots x_m x_1 x_2 \dots x_m)$.
 - b) megfordítja $(x_m x_{m-1} \dots x_1)$,
 - c) betűnként megkétszerezi $(x_1 x_1 x_2 x_2 \dots x_m x_m)$.
5. Konstruáljunk olyan Turing-gépet, ami
 - a) az n hosszú, csupa 1-esből álló bemenetre n kettes számrendszerbeli alakját adja vissza,
 - b) ha a bemenet az n szám bináris alakja, akkor n darab 1-est ír ki (különben azt, hogy „hibás bemenet”).
6. Tegyük fel, hogy van két Turing-gépünk, melyek az f illetve g függvényt számolják ki. Konstruáljunk olyan Turing-gépet, mely az $f \circ g$ függvényt számolja ki.
7. a) Konstruáljunk olyan Turing-gépet, mely az $a^n b^n$ alakú szavakra $O(n \log n)$ lépésben kiírja, hogy „igen”, más szavakra végtelen sokáig fut.
 - b)* Mutassuk meg, hogy ez egyszalagos gépen $o(n \log n)$ lépésben nem lehetséges.
- 8.^{HF} Adj meg egy Turing-gépet, ami az unárisan leírt k számra kiírja unárisan az $F_k = F_{k-1} + F_{k-2}$ Fibonacci számot, ahol $F_0 = 0$ és $F_1 = 1$. (Elegendő a működési elvet leírni, nem kell a gép teljes leírását megadni.)

A kurzus honlapján (http://gilyen.hu/teaching/Szamtud_2025.html) elérhetőek a (javított) feladatsorok és az órával kapcsolatos egyéb tudnivalók. A házi- és csillagos feladatokat a következő gyakorlat előtt tudjátok beadni, illetve csillagos feladatokat egészen addig amíg azokat „le nem löjük” előadáson vagy gyakorlaton.