

# Számítástudomány gyakorlat

Szerda 08:30-10:00, LD 4-713

8. feladatsor

1. Adva van egy konjunktív normálforma. Szeretnénk eldönteni, hogy megválaszthatjuk-e úgy a változókat, hogy minden klóz tartalmazzon igaz és hamis literált is. Mutassuk meg, hogy annak eldöntése, hogy ezt lehet-e, **NP**-teljes.
2. **NP**-teljes, hogy egy  $2n$  pontú gráfban van-e  $n$ -es klikk.
- 3.\* Mutasd meg, hogy annak eldöntése, hogy egy gráfban van-e Hamilton-út, **NP**-teljes.
4. Az előző feladatot felhasználva mutasd meg, hogy az alábbi feladatok is **NP**-teljesek.
  - a) Van-e a gráfban Hamilton-kör?
  - b) Van-e a gráfban a csúcsoknak legalább a felét tartalmazó kör?
  - c) TSP: Ha az éleken adott egy metrikus hosszfüggvény (azaz a gráf teljes és teljesül a hosszakra a háromszög egyenlőtlenség), van-e legfejlebb  $K$  összhosszú Hamilton-kör?
5. Adott egy lineáris egyenlőtlenségrendszer.
  - a)<sup>HF</sup> Mutassuk meg, hogy annak eldöntése, hogy van-e egész megoldása, **NP**-nehéz.
  - b)\* Mutassuk meg, hogy ez a feladat **NP**-beli.
6. Láttuk, hogy eldönthetetlen, hogy a sík lefedhető-e egy dominókészlettel (amiben adott egy *START* elem). Mi a helyzet, ha csak egy  $n \times n$ -es négyzetet akarunk lefedni egy adott  $n^2$  elemű dominókészlettel?
  - a) Mutasd meg, hogy ez **NP**-ben van.
  - b)\* És **NP**-teljes.
- 7.\* Annak eldöntése, hogy egy Sudoku-nak van-e megoldása, **NP**-teljes. (Ha  $n \times n$ -es kiségyzetek vannak.)
8. Adj egy (RAM gépen)  $\tilde{O}(n^2)$  idejű randomizált algoritmust, ami eldönti input  $A, B, C$   $n \times n$ -es egész mátrixokról, hogy  $A \cdot B = C$  igaz-e. Melyik osztályban van ez az algoritmus **RP**, **co-RP** és **BPP** közül?
9. Eldönthetetlen egy leírásával adott randomizált, polinom időben futó Turing-gépről, hogy igaz-e, hogy minden  $x$ -et vagy legalább  $1/2$  eséllyel elfogad, vagy biztosan elutasít.

A kurzus honlapján ([http://gilyen.hu/teaching/Szamtud\\_2024Fall.html](http://gilyen.hu/teaching/Szamtud_2024Fall.html)) elérhetőek a (javított) feladatsorok és az órával kapcsolatos egyéb tudnivalók. A házi- és csillagos feladatokat a következő gyakorlat előtt tudjátok beadni, illetve csillagos feladatokat egészen addig amíg azokat „le nem lövjük” előadáson vagy gyakorlaton.