Számítástudomány gyakorlat

Szerda 08:30-10:00, LD 4-713
5. feladatsor

1. Bizonyítsd be, hogy eldönthetetlen, hogy két TG ugyanazokra a szavakra áll-e meg.

2. Tegyük fel, hogy a T TG minden inputra megáll, akkor is, ha nem követeljük meg, hogy a szalagon csak véges sok nem *üres* jel legyen. Bizonyítsd be, hogy van olyan n, hogy T sosem megy a szalagon n-nél messzebb.

3. Ha beugrunk egy fekete lyukba, akkor mialatt számunkra eltelik egy perc, a külső világban eltelik egy örökkévalóság. Tehát ha meg akarjuk tudni, hogy megáll-e egy T Turing-gép, akkor nincs más dolgunk, mint beugrani egy fekete lyukba, és megkérni egy haverunk, hogy ugorjon utánunk, ha leállt T. Ennek vegyük azt az elméleti modelljét, hogy egy *fekete lyukbeli* univerzális Turing-gép el tudja dönteni egy *hagyományos* Turing-gépről, hogy leáll-e.
a) A fekete lyukbeli megállási probléma is eldönthető a fekete lyukban?
b)** Mutasd meg, hogy van olyan rekurzív felsorolható L nyelv, hogy a fekete lyukban L rekurzív lesz, de ha csak $x \overset{?}{\in} L$ kérdéseket tehetünk fel a fekete lyukban, akkor a (hagyományos) megállási probléma nem lesz rekurzív, tehát L *gyengébb* orákulum, mint a megállasi probléma.

4. Adottak a, b és m természetes számok. Előadáson volt, hogy lnko(a, b)-t meg $a^b \mod m$-t ki tudjuk polinomiális időben számolni. Mi a helyzet $a/b \mod m$-mel? (Itt b és m relatív prímek.)

5.$^{\text{HF}}$ Mutasd meg, hogy ha ki tudjuk számolni $k! \mod m$-et polinom időben minden k, m inputra, akkor polinom időben tudunk faktorizálni is.

6.** Nem ismert, hogy $\binom{a}{b} \mod m$-t milyen nehéz kiszámítani.

A kurzus honlapján (`http://gilyen.hu/teaching/Szamtud_2024Fall.html`) elérhetőek a (javított) feladatsorok és az órával kapcsolatos egyéb tudnivalók. A házi- és csillagos feladatokat a következő gyakorlat előtt tudjátok beadni, illetve csillagos feladatokat egészen addig amíg azokat „le nem lőjük” előadáson vagy gyakorlaton.