

Számítástudomány gyakorlat

Kedd 12:15-13:45, LD-00-718

8. feladatsor

1. Jelölje k -SAT azon kielégíthető konjunktív normálformák nyelvét, amelyekben minden klóz legfeljebb k elemű, $SAT-k$ pedig azon konjunktív normálformákét, ahol minden változó legfeljebb k literálban fordul elő. Bizonyítsuk be (egyik volt előadáson), hogy

- a) 2-SAT P-beli,
- b) 3-SAT NP-teljes,
- c)^{HF} SAT-2 P-beli,
- d) SAT-3 NP-teljes.

2. Annak eldöntése, hogy természetes számok egy adott halmazát szét tudjuk-e osztani két egyenlő részre, NP-teljes.

3. A 3DM problémánál az input egy páros gráf, melyben a felső osztályban minden pont foka 3. Az alsó osztály három színnel van színezve, minden felső osztálybeli pontnak minden színezett részbe egy éle megy. A kérdés, hogy létezik-e olyan „teljes alulról bepárosítás”, hogy alul mindenkinek egy, felül mindenkinek 0 vagy 3 a foka. Mutassuk meg, hogy 3DM NP-teljes.

(A feladat egy ekvivalens megfogalmazása, hogy adott egy három színnel színezett alaphalmaz és rajta egy 3-uniform hipergráf. A cél egy teljes párosítás keresése, ahol az élek most ugye három eleműek.)

Tip: Visszavezetés a 3-SAT-ról: Minden változónak feleljen meg k piros, k kék és $2k$ zöld pont, mely többször is szerepelhet. Adjunk meg ezen a k ponton halmazokat úgy, hogy a piros és kék pontok egy teljes párosítása esetén vagy pontosan Z^x vagy pontosan $Z^{\bar{x}}$ van fedve. Minden klóznak feleljen meg egy piros és egy kék pont, amik ugyanabban a három halmazban vannak benne, ahol a harmadik pontok a klózban lévő literáloknak felelnek meg. Végül vegyünk fel még egy csomó piros és kék pontot, hogy ne legyen baj a kimaradó zöldekkel.

4.* A PLANAR*-3SAT problémánál adott egy síkbeli páros gráf, melynek csúcsai egy konjunktív normálformula klózainak és változóinak felelnek meg, két csúcs akkor van összekötve, ha a változó szerepel a klózban. Mutassuk meg, hogy annak eldöntése, hogy igazgá tehető-e, NP-teljes.

5. Mutasd meg, hogy síkgráfra meghatározni a kromatikus számát

- a)* NP-teljes,
- b) de háromszögelt síkgráfra P-beli.

6.** Annak eldöntése, hogy egy kvadratikus diophantoszi egyenletnek van-e megoldása, NP-teljes.

Javított feladatsorok a http://gilyen.hu/teaching/Szamtud_2022.html honlapon, ahol egyéb infók is találhatóak az óráról. Házi feladatokat e-mailben vagy papíron adhattok be a következő óráig, illetve csillagos feladatokat a következő zárthelyiig.