

# Számítástudomány gyakorlat

Kedd 12:15-13:45, LD-00-718

5. feladatsor

1. Bizonyítsd be, hogy eldönthetetlen, hogy két TG ugyanazokra a szavakra áll-e meg.
2. Tegyük fel, hogy a  $T$  TG minden inputra megáll, akkor is, ha nem követeljük meg, hogy a szalagon csak véges sok nem *üres* jel legyen. Bizonyítsd be, hogy van olyan  $n$ , hogy  $T$  sosem megy a szalagon  $n$ -nél messzebb.
3. Ha beugrunk egy fekete lyukba, akkor mialatt számunkra eltelik egy perc, a külső világban eltelik egy örökkévalóság. Tehát ha meg akarjuk tudni, hogy megáll-e egy  $T$  Turing-gép, akkor nincs más dolgunk, mint beugrani egy fekete lyukba, és megkérni egy haverunk, hogy ugorjon utánunk, ha leállt  $T$ . Ennek vegyük azt az elméleti modelljét, hogy egy *fekete lyukbeli* univerzális Turing-gép el tudja dönteni egy *hagyományos* Turing-gépről, hogy leáll-e.
  - a) A fekete lyukbeli megállási probléma is eldönthető a fekete lyukban?
  - b)\*\* Mutasd meg, hogy van olyan rekurzív felsorolható  $L$  nyelv, hogy a fekete lyukban  $L$  rekurzív lesz, de ha csak  $x \in L$  kérdéseket tehetünk fel a fekete lyukban, akkor a (hagyományos) megállási probléma nem lesz rekurzív, tehát  $L$  *gyengébb* orákulum, mint a megállási probléma.
- 4.<sup>HF</sup> Adott egy egész együtthatós, egy változós  $p(x)$  polinom. Döntsük el, hogy van-e a  $p = 0$  egyenletnek egész megoldása.
5. Adottak  $a, b$  és  $m$  természetes számok. Előadáson volt, hogy  $\lnko(a, b)$ -t meg  $a^b \bmod m$ -t ki tudjuk polinomiális időben számolni. Mi a helyzet  $a/b \bmod m$ -mel? (Itt  $b$  és  $m$  relatív prímek.)
6. Mutasd meg, hogy ha ki tudjuk számolni  $k! \bmod m$ -et polinom időben minden  $k, m$  inputra, akkor polinom időben tudunk faktorizálni is.
- 7.\*\* Nem ismert, hogy  $\binom{a}{b} \bmod m$ -t milyen nehéz kiszámítani.

Javított feladatsorok a [http://gilyen.hu/teaching/Szamtud\\_2022.html](http://gilyen.hu/teaching/Szamtud_2022.html) honlapon, ahol egyéb infók is találhatóak az óráról. Beadható házi feladatokat a Moodle-ön keresztül lehet beküldeni a következő óráig, illetve csillagos feladatokat a következő zárthelyiig.