

Számítástudomány gyakorlat

3. feladatsor

1.* Mutassuk meg, hogy egy k szalagos Turing-gép szimulálható egy 2 szalagossal úgy, hogyha az eredeti n lépést tett egy adott inputra, akkor a kétszalagos legfeljebb $O(n \log n)$ -et tegyen.

Definíció: (RAM-gép: megengedett programsorok, input)

$X[i] := 0$
 $X[i] := X[j]$
 $X[i] := X[i] \pm 1$
 $X[i] := X[i] \pm X[j]$
 $X[i] := X[X[j]]$
 $X[X[i]] := X[j]$
IF $X[i] \leq 0$ THEN GOTO (k) (k -adik programsor)

A RAM-gép adattára kezdetben 0-kkal van feltöltve, az input hossza az $X[0]$ mezőbe, maga az input pedig az $X[1], \dots, X[X[0]]$ mezőkbe van írva. A RAM-gép futása akkor áll le, amikor teljesen üres programsorhoz ér. Ha egy egész szám az output azt beírhatjuk pl. $X[1]$ -be, de az output definíciója feladatonként eltérhet.

2. Írjunk olyan programot a RAM-gépre, mely adott $x[i]$ bemenetre széthúzza azt, azaz $x[2i]$ -be rakja $x[i]$ -t, a páratlan indexű rekeszeket pedig nullázza.

3. Írjunk olyan programot a RAM-gépre, mely adott a pozitív egész számra

a) meghatározza azt a legnagyobb m számot, melyre $2^m \leq a$;

b) kiszámítja a kettes számrendszerbeli alakját (az a szám i . bitjét írja az $x[i]$ rekeszbe);

c) adott a és b pozitív egész számokra kiszámítja a szorzatukat.

Ha a és b számjegyeinek száma k , akkor a program $O(k)$ lépést tegyen $O(k)$ jegyű számokkal.

4. a) Mutasd meg, hogy van univerzális RAM-program, azaz olyan u program, amire minden p programnak van egy kódja, hogy a kódot írva az első pár negatív regiszterbe, u pontosan ugyanazt adja ki bármely inputra, mint p .

b)* Mutasd meg, hogy olyan is van, ami összesen korlátos sok regisztert használ (az inputon és az outputon kívül) az egész futása alatt (p -től függetlenül és beleértve p kódját is).

5. Legyen $p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom. Adjunk meg egy RAM-gépet, ami a $x[i] = a_i$ inputra kiszámítja $p^2(x)$ együtthatóit.

6. Adott egy egész együtthatós, egy változós $p(x)$ polinom. Döntsük el, hogy van-e a $p = 0$ egyenletnek egész megoldása.

7.^{HF} Hogyan dönthetjük el RAM-géppel, hogy n szám között szerepel-e két azonos?

Javított feladatsorok a http://gilyen.hu/teaching/Szamtud_2022.html honlapon, ahol egyéb infók is találhatóak az óráról.