Számítástudomány gyakorlat

Péntek 08:25-09:55, LD-5-202
3. feladatsor – megoldás (részlet)

1.* Mutassuk meg, hogy egy k szalagos Turing-gép ...

Definíció: (RAM-gép: megengedett programsorok, input)

$X[i] := 0$
$X[i] := X[j]$
$X[i] := X[i] \pm 1$
$X[i] := X[i] \pm X[j]$
$X[i] := X[X[j]]$
$X[X[i]] := X[j]$
IF $X[i] \leq 0$ THEN GOTO (k) (k-adik programsor)

A RAM-gép adattára kezdetben 0-kkal van feltöltve, az input hossza az $X[0]$ mezőbe, maga az input pedig az $X[1], \ldots, X[X[0]]$ mezőkbe van írva. A RAM-gép futása akkor áll le, amikor teljesen üres programsorhoz ér. Ha egy egész szám az output azt beírhatjuk pl. $X[1]$-be, de az output definíciója feladatonként eltérhet.

---

2. Írjunk olyan programot a RAM-gépre, mely ...

3. Írjunk olyan programot a RAM-gépre, mely adott a pozitív egész számra
a) meghatározza azt a legnagyobb m számot, melyre $2^m \leq a$;
b) kiszámítja a kettes számrendszerbeli alakját (az a szám i. bitjét írja az $x[i]$ rekeszbe);
c) adott a és b pozitív egész számokra kiszámítja a szorzatukat.
Ha a és b számjegyeinek száma k, akkor a program $O(k)$ lépést tegyen $O(k)$ jegyű számokkal.

Megoldás 3/a):

1. $X[-1] = 0$	$//X[-1] = i \leftarrow 0$
2. $X[-2] = X[-2] + 1$	
3. $X[-2] = X[-2] + X[-2]$	$//X[-2] = 2^{i+1}$
4. IF $X[2] \leq 0$ THEN GOTO (7)	//inícializáció vége, ciklus indul
5. $X[-1] = X[-1] + 1$	$//i+ = 1$
6. $X[-2] = X[-2] + X[-2]$	$//X[-2] * = 2$
7. $X[-3] = X[1]$	
8. $X[-3] = X[-3] - X[-2]$	
9. $X[-3] = X[-3] + 1$	$//X[-3] = a - 2^{i+1} + 1$
10. IF $X[-3] \leq 0$ THEN GOTO (12)	//ha $a < 2^{i+1}$ ciklus vége
11. IF $X[2] \leq 0$ THEN GOTO (5)	//különben ciklus folytat
12. $X[1] = X[-1]$	//output i

Megoldás 3/b):

1. $X[-1] = X[1]$ — $//X[-1] = a$
2. $X[1] = 0$ — $//$rendrakás
3. $X[0] = 0$ — $//$rendrakás
4. $X[-2] = 0$ — $//X[-2] = i \leftarrow 0$
5. $X[-3] = -7$ — $//X[-3] = -7 - i$ (hadd ne írjam ki 7-szer hogy -1)
6. $X[-4] = 1$
7. $X[-4] = X[-4] + 1$ — $//X[-4] = 2^{i+1}$
8. $X[-7] = X[-7] + 1$ — $//X[-7-i] = 2^i$
9. IF$X[0] \leq 0$ THEN GOTO (14) — $//$inícializáció vége, 1. ciklus indul
10. $X[-2] = X[-2] + 1$ — $//i+ = 1$
11. $X[-3] = X[-3] - 1$
12. $X[X[-3]] = X[-4]$ — $//X[-7-i] = 2^i$
13. $X[-4] = X[-4] + X[-4]$ — $//X[-4]* = 2$
14. $X[-5] = X[1]$
15. $X[-5] = X[-5] - X[-4]$
16. $X[-5] = X[-5] + 1$ — $//X[-5] = a - 2^{i+1} + 1$
17. IF$X[-5] \leq 0$ THEN GOTO (19) — $//$ha $a < 2^{i+1}$: 1. ciklus vége
18. IF$X[0] \leq 0$ THEN GOTO (10) — $//$különben 1. ciklus folytat
19. $X[-4] = 1$ — $//$2.-ik ciklus, rendrakás (összevontam két lépést)
20. $X[X[-2]] = X[-4]$ — $//i$.-ik bit 1
21. $X[-5] = X[X[-3]]$ — $//X[-5] = 2^i$
22. $X[-1] = X[-1] - X[-5]$ — $//X[-1] = a(\text{maradék}) = a(\text{maradék}) - 2^i$
23. $X[-2] = X[-2] - 1$ — $//i- = 1$
24. $X[-3] = X[-3] - 1$ — $//i- = 1$
25. $X[-5] = X[-2]$
26. $X[-5] = X[-5] + 1$
27. IF$X[-5] \leq 0$ THEN GOTO (33) — $//$ha $i < 0$: 2. ciklus vége
28. $X[-5] = X[X[-3]]$ — $//X[-5] = 2^i$
29. $X[-5] = X[-5] - X[-1]$ — $//X[-5] = 2^i - a(\text{maradék})$
30. IF$X[-5] \leq 0$ THEN GOTO (19) — $//i$.-ik jegy 1
31. $X[-5] = 0$ — $//$rendrakás
32. IF$X[-5] \leq 0$ THEN GOTO (23) — $//i$.-ik jegy 0

Megoldás 3/c): hasonló az előzőhöz, csak amikor a 2^i kettő hatványokat eltároljuk az 1. ciklusban, melette $2^i * b$ értékét is külön eltároljuk (az indexeket meg kell szorozni kettővel, és el kell tolni hogy ne legyen gabalyodás). Amikor a 2. ciklusban meghatározzuk a bináris jegyeit, amikor 1-et írunk az i.-ik regiszterbe akkor egyben hozzáadjuk az $X[-6]$ értékéhez a megfelelő eltárolt $2^i * b$ értéket. A legvégén átmásoljuk $X[-6]$-ot $X[1]$-be.