

# Számítástudomány gyakorlat

Péntek 08:25-09:55, LD-5-202

2. feladatsor

1. Pumpálás lemma:  $\forall L$  reguláris  $\exists n \forall z \in L, |z| \geq n \exists u, v \neq \emptyset, w : z = uvw$  és  $|uv| \leq n$  és  $\forall i uv^i w \in L$ .
2. Döntsük el, hogy az alábbi nyelvek regulárisak-e!
  - a) prímszámok egyes számrendszerben.
  - b) négyzetszámok egyes számrendszerben.
  - c) négyzetszámok kettes számrendszerben.
  - d)\* prímszámok kettes számrendszerben.
3. a) Van-e olyan  $S \subset \mathbb{N}$ , ami kettes számrendszerben reguláris, de egyesben nem?
  - b) És fordítva?
  - c)\*\* És olyan, ami kettesben és hármásban is reguláris, de egyesben nem?

---

**Definíció:** (Turing-gép) Egy  $T = (k, \Sigma, \Gamma, \alpha, \beta, \gamma)$  Turing-gépnek  $k \in \mathbb{N}$  db szalagja van, a  $\Sigma$  véges ábécé felett van értelmezve és a  $\Gamma$  véges állapothalmazzal rendelkezik, amely tartalmazza a *START* és a *STOP* állapotokat ( $START \neq STOP$ ).

$\alpha, \beta, \gamma$ :  $T$  átmenetfüggvényei az alábbiak szerint:

$$\alpha : \Sigma^k \times \Gamma \rightarrow \Gamma$$

$$\beta : \Sigma^k \times \Gamma \rightarrow \Sigma^k$$

$$\gamma : \Sigma^k \times \Gamma \rightarrow \{-1, 0, 1\}^k$$

$T$  elindulásakor a *START* állapotban van, *STOP* állapotban pedig a következők teljesülnek:

$\forall b \in \Sigma^k$  esetén  $\alpha(b, STOP) = STOP, \beta(b, STOP) = b, \gamma(STOP, b) = (0, \dots, 0)$ .

$T$  inputja az első szalagra írt véges hosszú szó, amely pont az első fej alatt kezdődik, az output pedig az utolsó szalag tartalma akkor, amikor *STOP* állapotba kerül a gép.

4. Készíts olyan Turing-gépet, ami a bemenetként kapott  $x_1 x_2 \dots x_m$  sorozatot
  - a) megkétszerezi  $(x_1 x_2 \dots x_m x_1 x_2 \dots x_m)$ .
  - b) megfordítja  $(x_m x_{m-1} \dots x_1)$ ,
  - c) betűnként megkétszerezi  $(x_1 x_1 x_2 x_2 \dots x_m x_m)$ .
5. Konstruáljunk olyan Turing-gépet, ami
  - a) az  $n$  hosszú, csupa 1-esből álló bemenetre  $n$  kettes számrendszerbeli alakját adja vissza,
  - b) ha a bemenet az  $n$  szám bináris alakja, akkor  $n$  darab 1-est ír ki (különben azt, hogy „hibás bemenet”).
6. Tegyük fel, hogy van két Turing-gépünk, melyek az  $f$  illetve  $g$  függvényt számolják ki. Konstruáljunk olyan Turing-gépet, mely az  $f \circ g$  függvényt számolja ki.
7. a) Konstruáljunk olyan Turing-gépet, mely az  $a^n b^n$  alakú szavakra  $O(n \log n)$  lépésben kiírja, hogy „igen”, más szavakra végtelen sokáig fut.
  - b)\* Mutassuk meg, hogy ez egyszalagos gépen  $o(n \log n)$  lépésben nem lehetséges.
- 8.<sup>HF</sup> Adj meg egy Turing-gépet, ami bármely  $x$  bemenetre pontosan  $2^{|x|}$  lépést tesz meg.  
Aki akarja, annak Verseny: Ki tudja kevesebb állapottal megcsinálni?

A kurzus honlapján ([http://gilyen.hu/teaching/Szamtud\\_2023.html](http://gilyen.hu/teaching/Szamtud_2023.html)) elérhetőek a (javított) feladatsorok és az órával kapcsolatos egyéb tudnivalók. A házi- és csillagos feladatokat a következő gyakorlat előtt tudjátok beadni, illetve csillagos feladatokat egészen addig amíg azokat „le nem lőjük” előadáson vagy gyakorlaton.