

Számítástudomány gyakorlat

Kedd 12:15-13:45, LD-00-718

9. feladatsor

1. Mutassuk meg, hogy a Steiner-fa feladat (adott csúcsokat tartalmazó minimális feszítőfa keresése élsúlyozott gráfban) NP-nehéz.
2. Adj egy (RAM gépen) $\tilde{O}(n^2)$ idejű randomizált algoritmust, ami eldönti input A, B, C $n \times n$ -es egész mátrixokról, hogy $A \cdot B = C$ igaz-e. Melyik osztályban van ez az algoritmus **RP**, **co-RP** és **BPP** közül?
3. Eldönthetelen egy leírásával adott randomizált, polinom időben futó Turing-gépről, hogy igaz-e, hogy minden x -et vagy legalább $1/2$ eséllyel elfogad, vagy biztosan elutasít.
4. Mutasd meg például a **BPP**-ről, hogy ekvivalens definíciókat kapunk, ha
 - a) racionális számok az eloszlások (amik meghatározzák, hogy mikor merre lépünk tovább),
 - b) csak egy darab állapot van, ami $1/2-1/2$ eséllyel lép két másikba,
 - c) van egy véletlen szalagunk, melynek minden mezője $1/2$ eséllyel 0 és 1,
 - d) egy olyan pénzt „dobálhatunk”, ami valamilyen ismeretlen, konstans p eséllyel lesz fej.
- 5.* Mutasd meg, hogyha az eloszlásról csak azt tesszük fel, hogy rekurzív, akkor **BPP** $\not\subseteq$ **EXP**.
6. Legyen **PP** azon nyelvek osztálya, amikhez van minden inputra mindig polinomiális időben futó randomizált Turing-gép, ami $< 1/2$ eséllyel hibázik.
 - a)^{HF} Mutasd meg, hogy $\text{SAT} \in \text{PP}$.
 - b)^{HF} Mutasd meg, hogy ha a **PP**-t várható futásidővel definiáljuk, akkor az így kapott osztály pontosan a rekurzív nyelvek osztálya lesz.
- 7.^{HF} Hogyan tesztelhetjük le gyorsan (vagyis poly $\log(q)$ időben), hogy q prímhatvány-e?

Javított feladatsorok a http://gilyen.hu/teaching/Szamtud_2022.html honlapon, ahol egyéb infók is találhatóak az óráról. Házi feladatokat e-mailben vagy papíron adhattok be a következő óráig, illetve csillagos feladatokat a következő zárthelyiig.